real a per als quals $P(x) \geq 0$; i els valors de a per als quals $(x-1)^3$ divideix el polinomi $P(x) - P(2-x)$.

3. Siguin a, b, c les longituds dels costats d'un triangle ABC i m_a, m_b, m_c les longituds de les seves mitjanes. Proveu que
$$\frac{2^{m_a} + 2^{m_b} + 2^{m_c}}{2^a + 2^b + 2^c} < 1.$$

4. Es tenen onze boles numerades cadascuna amb un número enter positiu. Per a cada conjunt A de tres boles hi ha un subconjunt B de tres boles escollides entre les vuit restants, de manera que $a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_1 = b_1b_2b_3$, en què a_i i b_i són els números de les boles de A i de B, respectivament. Proveu que almenys una bola està numerada amb el 3.

5. En una circumferència de centre O i radi 2 fixem un radi OA i construïm una semicircumferència que el tingui per diàmetre. Per un punt C del segment OA tracem una perpendicular a OA que talla en D la circumferència inicial i en E la semicircumferència. Calculeu la longitud del camí recorregut pel punt M, centre de la circumferència circumscrita al triangle AED, quan C recorre el segment OA.

6. Siguin $x > y > z > t$ quatre enters positius tals que
$$(x^2 - y^2) + (xz - yt) - (z^2 - t^2) = 0.$$
Proveu que el número $xy + zt$ és compost.

El jurat va prendre l'acord d'atorgar els premis següents:

Primers premis: Jordi Rodríguez Manso, Aula, Escola Europea (Barcelona), 1r de batxillerat; Jordi Castellví Foguet, Aula, Escola Europea (Barcelona), 2n de batxillerat, i Iñaki Garrido Pérez, Institut Jaume Vicens Vives (Girona), 2n de batxillerat.

Segons premis: Jan Olivetti Auladell, Aula Escola Europea (Barcelona), 1r de batxillerat; Miquel Ortega Sánchez-Colomer, Aula Escola Europea (Barcelona), 2n de batxillerat, i Raúl Méndez Horcas, Institut Jaume Vicens Vives (Girona), 2n de batxillerat.

Tercers premis: Josep Bataller Umbert, La Salle Bonanova (Barcelona), 2n de batxillerat; Martí Oller Riera, Institut Jaume Vicens Vives (Girona), 2n de batxillerat, i Eric Sierra Garzo, Aula Escola Europea (Barcelona), 2n de batxillerat.

Els concursants Jordi Rodríguez Manso i Miquel Ortega Sánchez-Colomer ja van obtenir premi l'any anterior en la LI OCM.

José Luis Díaz-Barrero
Universitat Politècnica de Catalunya

LII Olimpíada Matemàtica Espanyola

Durant els dies 1 i 2 d'abril del 2016 s'ha celebrat a Barcelona el Concurs Final de la LII Olimpíada Matemàtica Espanyola (OME). L'organització d'aquesta edició de l'OME ha estat a càrrec de la Universitat Politècnica de Catalunya (BarcelonaTech), i de la Comissió d'Olimpíades de la RSME, coordinats pel professor José Luis Díaz-Barrero, i del seu equip de col·laboradors. Pot trobar-se informació detallada al web: `https://sites.google.com/site/ome52bcn/`.

L'equip català estava format pels nou guanyadors de la LII Olimpíada Catalana de Matemàtiques que se celebrà el passat mes de desembre del 2015.

Primers premis: Jordi Rodríguez Manso, Aula, Escola Europea (Barcelona), 1r de batxillerat; Jordi Castellví Foguet, Aula, Escola Europea (Barcelona), 2n de batxillerat, i Iñaki Garrido Pérez, Institut Jaume Vicens Vives (Girona), 2n de batxillerat.

Segons premis: Jan Olivetti Auladell, Aula, Escola Europea (Barcelona), 1r de batxillerat; Miquel Ortega Sánchez-Colomer, Aula, Escola Europea (Barcelona), 2n de batxillerat, i Raúl Méndez Horcas, Institut Jaume Vicens Vives (Girona), 2n de batxillerat.

Tercers premis: Josep Bataller Umbert, La Salle Bonanova (Barcelona), 2n de batxillerat; Martí Oller Riera, Institut Jaume Vicens Vives (Girona), 2n de batxillerat, i Eric Sierra Garzo, Aula, Escola Europea (Barcelona), 2n de batxillerat.

El més important, sense cap dubte, han estat els 77 participants que, procedents de tot Espanya, han competit per formar part dels equips que representaran Espanya a l'Olimpíada Internacional (IMO) a Hong Kong el juliol del 2016 i posteriorment a l'Olimpíada Iberoamericana a Antofagasta (Xile), el setembre del 2016. La competició ha consistit en la resolució de sis problemes en dues sessions, els dies 1 i 2. Un jurat format per matemàtics exolímpics i membres de la Comissió d'Olimpíades ha estat l'encarregat d'elaborar els criteris de correcció i d'assignar les puntuacions a les solucions presentades pels concursants. No cal dir, que, com cada any, tot ha estat coordinat per la Comissió d'Olimpíades de la RSME amb María Gaspar (presidenta) al capdavant. La nostra sincera felicitació i agraïment a tots ells per l'excel·lent treball que desinteressadament han realitzat. També volem agrair la presència dels presidents de la RSME, de la SCM i de totes les autoritats que ens han acompanyat a les cerimònies de lliurament de premis de l'Olimpíada i que han permès, amb el seu suport, que es pogués desenvolupar.

Els problemes proposats han estat:

1. Es tenen dues progressions de nombres reals, una aritmètica $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ i una altra de geomètrica $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ no constant. Es compleix que $a_1 = g_1 \neq 0$, $a_2 = g_2$ i $a_{10} = g_3$. Decidiu raonadament, si per a cada enter positiu p existeix un enter positiu m, tal que $g_p = a_m$.

2. Sigui p un nombre primer positiu donat. Demostreu que existeix un enter α tal que $\alpha(\alpha-1)+3$ és divisible per p si i només si existeix un enter β, tal que $\beta(\beta-1)+25$ és divisible per p.

3. Sobre la circumferència circumscrita al triangle ABC, sigui A_1 el punt diametralment oposat al vèrtex A. Sigui A' el punt en què la recta AA_1 talla el costat BC. La perpendicular a la recta AA' traçada per A' talla els costats AB i AC (o les seves prolongacions) en M i N, respectivament. Demostreu que els punts A, M, A_1 i N estan sobre una circumferència que té el centre sobre l'altura des de A en el triangle ABC.

4. Siguin $m \geq 1$ un enter positiu, a i b enters positius diferents estrictament més grans que m^2 i estrictament menors que m^2+m. Trobeu tots els enters d, que divideixen el producte ab i compleixen $m^2 < d < m^2+m$.

5. D'entre totes les permutacions $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ del conjunt $\{1, 2, ., n\}$, ($n \geq 1$ enter), es consideren les que compleixen que $2(a_1 + a_2 + \cdots + a_m)$ és divisible per m, per a cada $m = 1, 2, \ldots, n$. Calculeu el nombre total d'aquestes permutacions.

6. Sigui $n \geq 2$ un nombre enter. Determineu el menor nombre real positiu γ, de manera que per a qualsevol nombre real positiu $x_1, x_2, \ldots, x_n$ i qualsevol nombre real $y_1, y_2, \ldots, y_n$ amb $0 \leq y_1, y_2, \ldots, y_n \leq \frac{1}{2}$ que

compleixin $x_1+x_2+\cdots+x_n=y_1+y_2+\cdots+y_n=1$, es compleixi que

$$x_1x_2\dots x_n \leq \gamma\,(x_1y_1+x_2y_2+\cdots+x_ny_n).$$

Els guanyadors de medalla d'or són Ismael Morales López (Madrid), Martín Ortiz Ramírez (Euskadi), Jordi Rodríguez Manso (Catalunya), Alberto Acosta Reche (Castella-la Manxa), Daniel Puignau Chacón (Madrid) i Alberto Angurel Andrés (Aragó).

Els concursants catalans van obtenir una medalla d'or, quatre de plata i dues de bronze.

José Luis Díaz-Barrero
Universitat Politècnica de Catalunya

Activitats amb ajut de la Societat

6a edició del concurs Planter de Sondeigs i Experiments 2015

El 5 de juny es van lliurar els premis de la 6a edició del Planter de Sondeigs i Experiments, concurs finançat parcialment per la SCM que convoquen anualment les tres facultats responsables dels dos graus en Estadística que s'imparteixen a Catalunya (la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC, la Facultat d'Economia i Empresa de la UB i la Facultat de Ciències de la UAB). El concurs està adreçat a estudiants d'ESO, batxillerat i cicles formatius, i té com a objectiu principal despertar en els estudiants la curiositat per l'estadística com a eina fonamental en la recerca, tant en ciències experimentals com en ciències socials. Els equips participants (de fins a cinc alumnes) duen a terme un treball d'estadística, en què donen resposta a una pregunta rellevant utilitzant tècniques estadístiques, i en presenten els resultats en un informe escrit.

L'edició 2015 del concurs va continuar mantenint l'èxit d'altres anys: es van lliurar 171 treballs amb 549 alumnes participants, que van ser dirigits per 39 professors de 33 centres d'ensenyament secundari d'arreu de Catalunya.

Com en edicions anteriors, les temàtiques més freqüents en els 171 treballs van ser les següents:

- Comprovació empírica de lleis de la física o d'altres disciplines científiques (als casinos, la banca sempre guanya; relació de l'activitat solar amb les taques solars; són tan aleatoris els daus reals com els daus virtuals?).
- Comparació i reconeixement de productes de diferents marques (Som capaços d'adonar-nos que estem bevent llet de marca blanca, si ens la serveixen en una ampolla d'una primera marca? Les dones tenen més facilitat per reconèixer els logos i les marques?).
- Consum de telefonia mòbil i xarxes socials dels adolescents (aquest any ha aparegut per primera vegada el problema de la nomofòbia: el terror a quedar-se sense el mòbil).
- Rendiment acadèmic i factors que hi influeixen (Els alumnes bons en mates són bons en totes les matèries? Hi ha molta gent que tingui un professor particular a casa? Serveix el nostre sistema educatiu per tenir un estat més igualitari, democràtic i just?).

Hem constatat, tanmateix, que enguany ha perdut interès entre els participants del concurs l'estudi dels efectes de la crisi i la relació Catalunya-Espanya.

Hi va haver, però, una gran varietat d'altres temes que enguany van ser objecte d'estudi per primera vegada:

- Hi ha dos treballs sobre la síndrome de Down.
- Un treball comprova que hi ha relació positiva entre lateralitat creuada i els resultats en proves de lògica.
- Altres participants es pregunten si la gent saluda o no el conductor de l'autobús.
- El repartiment de les tasques domèstiques és el tema d'un treball, i un altre estudia la situació general de la dona.